

高校入試 よく出る！
関数の達人

目次

基礎知識

- 1 関数とは？ 2
- 2 変域 3
- 3 座標 3

これが基本『比例・反比例』を確認！

- 4 比例・反比例の式の求め方 4
- 5 比例・反比例のグラフ 6
- ★実戦問題 8

直線『1次関数』をマスター！

- 6 1次関数のグラフと変域 10
- 7 1次関数の式の求め方 12
- 8 $ax+by+c=0$ のグラフ,
2直線の交点 14
- ★実戦問題 16

入試攻略テクニックを特訓！

- 9 三角形の面積 20
- 10 中点, 面積の2等分 22
- 11 等積変形 24
- ★実戦問題 26

入試必出の『関数 $y=ax^2$ 』を攻略！

- 12 関数 $y=ax^2$ の式とグラフ 30
- 13 関数 $y=ax^2$ の変域, 変化の割合 32
- 14 放物線と直線 36
- 15 放物線と三角形の面積 38
- 16 放物線と面積の2等分, 等積変形 40
- ★実戦問題 42

ハイレベル問題にチャレンジ！

- 17 面積の比, 線分の比 48
- 18 座標を文字で表そう 50
- 19 グラフと平行四辺形 52
- ★実戦問題 54

「関数の達人」になろう！

- 20 ダイアグラム 58
- 21 1次関数の利用 60
- ★実戦問題 62
- 22 動点 68
- ★実戦問題 70
- 23 距離 72
- ★実戦問題 74
- 24 知っておくと便利な発展テクニック 76

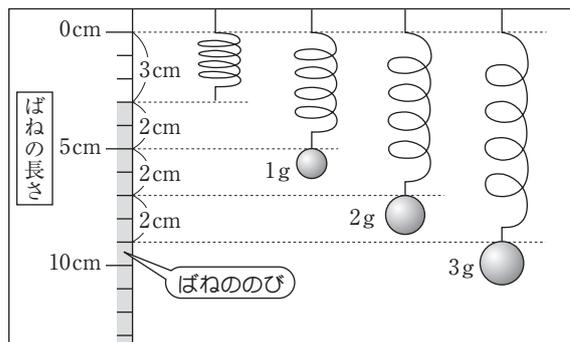
日常生活や社会事象への活用問題 78

発展テクニックの証明／ファイナルチェック

1 関数とは？

■ ばねがのびる様子を調べよう

右の図は、ばねにおもりを下げたときの様子である。このとき、おもりの重さとばねの長さとの関係を考えよう。



・おもりの重さとばねの長さとの関係をまとめると、右の表ようになる。

おもりの重さ (g)	0	1	2	3
ばねの長さ (cm)	3	5	7	9

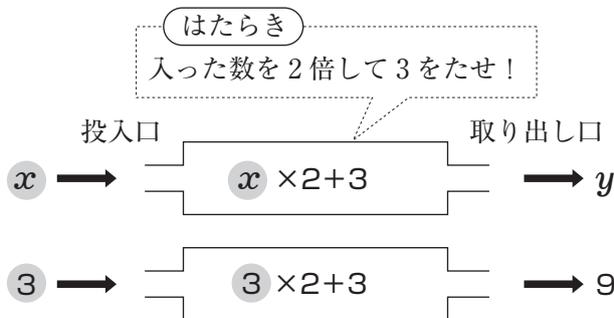
・ここで、おもりの重さを x g、ばねの長さを y cmとして、それぞれどのように対応しているかを調べよう。すると、おもりが1g増えるごとにばねは2cmずつのびているので、下の表ようになる。

x	0	1	2	3	...	x
	↓	↓	↓	↓		↓
	$0 \times 2 + 3$	$1 \times 2 + 3$	$2 \times 2 + 3$	$3 \times 2 + 3$		$x \times 2 + 3$
	↓	↓	↓	↓		↓
y	3	5	7	9	...	$2x + 3$

このことから、 y の値は、 x の値を2倍して3をたしたものであることがわかる。

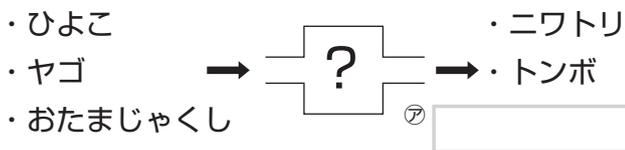
このように、 x と y の間にある関係があって、 x の値を決めると、それに対応して y の値がただ1つ決まる時、 y は x の関数であるという。

つまり、「関数とは、決まった **はたらき** をする自動販売機のような装置」と考えることもできる。その装置を図にすると、右のようになる。



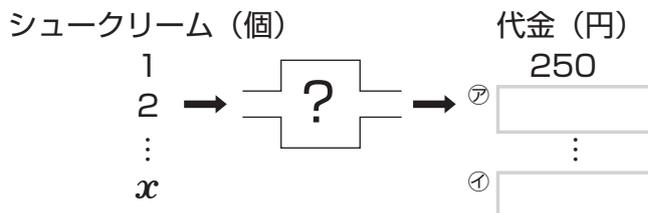
クイズ1

次の に入る言葉を書きなさい。



クイズ2

1個50円のシュークリームを200円の箱に入れて買うとき、次の に入る数や式を求めなさい。



2 変域

ポイント 変数と変域

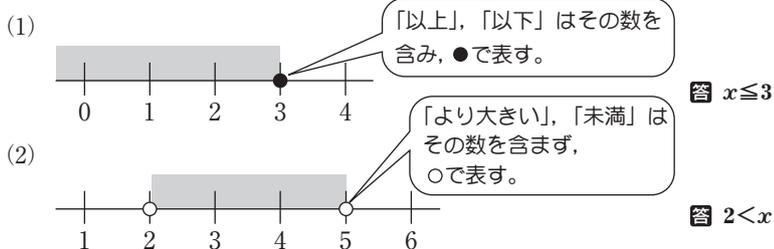
- 変数 …関数で使う文字 x , y のこと。 x や y にあてはまる数が増えるという意味がある。
- 変域 …関数がとりうる値の範囲のこと。不等号 ($>$, \geq , $<$, \leq) を使って表す。

基本パターン 1 変域の表し方

変数 x がとる値が次の場合、 x の変域を不等号を使って表しなさい。

- (1) 3 以下 (2) 2 より大きく 5 未満 (3) -4 以上 6 以下

解き方



参考 正の数・負の数の表し方

$x > 0$ …「 x は正の数」を表す。

$x < 0$ …「 x は負の数」を表す。

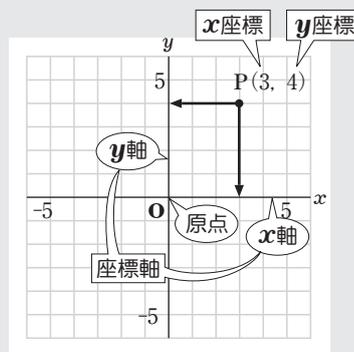
(3) 答 $-4 \leq x \leq 6$

3 座標

ポイント 座標

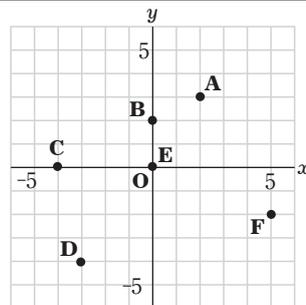
右の図のように、点 O で垂直に交わる 2 本の数直線において、

- ① 横の数直線を x 軸、縦の数直線を y 軸、 x 軸と y 軸を合わせて座標軸、座標軸の交点 O を原点という。
- ② 右の図の点 P は $x = 3$, $y = 4$ に対応し、このとき、点 P の位置を $(3, 4)$ と表す。 $(3, 4)$ を点 P の座標といい、3 を x 座標、4 を y 座標という。また、点 P を $P(3, 4)$ とも表す。



基本パターン 2 座標の表し方

右の図で、点 $A \sim F$ の座標を求めなさい。



解き方

- ・点 A は、原点から右 (x 軸の正の方向) へ 2、上 (y 軸の正の方向) へ 3 進んだ点 $\Rightarrow A(2, 3)$
 - ・点 B は、原点から上へ 2 進んだ点 $\Rightarrow B(0, 2)$
 - ・点 C は、原点から左へ 4 進んだ点 $\Rightarrow C(-4, 0)$
- 答 $A(2, 3)$ $B(0, 2)$ $C(-4, 0)$
 $D(-3, -4)$ $E(0, 0)$ $F(5, -2)$

4 比例・反比例の式の求め方

これが基本『比例・反比例』を確認！

ポイント 比例・反比例の式

- y が x に比例する関数を $y = ax$ と表す。(a は比例定数)
- y が x に反比例する関数を $y = \frac{a}{x}$

『関数の達人』への第一歩
.....
関数の問題を解くときは、
まず**代入**を考えよう！

制限時間
2分

必出パターン 1 比例の式

y は x に比例し、 $x=4$ のとき $y=-6$ である。(福岡・改)

- (1) y を x の式で表しなさい。 (2) $x = -10$ のときの y の値を求めなさい。

解き方

(1) まず比例定数を求める。

$y = ax$ に $x=4$, $y=-6$ を代入して、

$$-6 = a \times 4$$

$$4a = -6$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

まず、右辺と左辺をひっくり返すと計算が楽になる。

よって、 $y = -\frac{3}{2}x$

答 $y = -\frac{3}{2}x$

(2) (1) で求めた $y = -\frac{3}{2}x$ に、 $x = -10$ を代入して、

$$y = -\frac{3}{2} \times (-10) = 15$$

答 $y = 15$

テクニック 1 比例の問題

$y = ax$ に x , y の値を代入して、
まず比例定数 a の値を求めよう！

必出パターン 2 反比例の式

制限時間
2分

y は x に反比例し、 $x=4$ のとき $y=-6$ である。(愛媛・改)

- (1) y を x の式で表しなさい。 (2) $y=8$ のときの x の値を求めなさい。

解き方

(1) まず比例定数を求める。

$a = xy$ に $x=4$, $y=-6$ を代入して、 $a = 4 \times (-6) = -24$

よって、 $y = \frac{-24}{x}$

反比例の式は、 $y = \frac{a}{x}$ の形

答 $y = -\frac{24}{x}$

(2) (1) で求めた $xy = -24$ に $y=8$ を代入して、

$$x \times 8 = -24$$

$$8x = -24$$

$$x = -3$$

答 $x = -3$

テクニック 2 反比例の問題

比例定数を求めるなどの計算は
すべて、 $a = xy$ ($xy = a$) に値
を代入して求めると楽！

練習問題

1 次の問いに答えなさい。

(1) y は x に比例し、 $x=2$ のとき $y=8$ である。このとき、比例定数を求めなさい。(山梨)

[]

(2) y は x に比例し、 $x=-2$ のとき $y=6$ である。このとき、 y を x の式で表しなさい。(栃木)

[]

(3) y は x に比例し、 $x=-3$ のとき $y=12$ である。 $x=2$ のときの y の値を、次のア～エから選びなさい。(岩手)

[]

ア -18 イ -8 ウ 8 エ 18

[]

(4) y は x に比例し、 $x=8$ のとき $y=-6$ である。 $x=-12$ のときの y の値を求めなさい。(青森)

[]

[]

2 下の表で、 y が x に比例するとき、次の問いに答えなさい。

(1) 表のア、イにあてはまる数を求めなさい。(山口)

x	-1	ア	2	4
y	4	0	-8	イ

ア [] イ []

(2) 表中の p の値を求めなさい。(新潟)

x	...	-2	...	4	...	6	...
y	...	p	...	6	...	9	...

[]

3 次の問いに答えなさい。

(1) y は x に反比例し、 $x=3$ のとき $y=-6$ である。このとき、 y を x の式で表しなさい。(香川)

[]

(2) y は x に反比例し、 $x=-6$ のとき $y=\frac{4}{3}$ である。このとき、 y を x の式で表しなさい。(茨城)

[]

(3) y は x に反比例し、 $x=4$ のとき $y=3$ である。 $x=-6$ のときの y の値を求めなさい。(香川)

4 下の表で、 y が x に反比例するとき、次の問いに答えなさい。

(1) 表のア、イにあてはまる数を求めなさい。(山口)

x	1	2	イ	9
y	ア	18	6	4

ア [] イ []

(2) y を x の式で表しなさい。また、アにあてはまる数を求めなさい。(青森)

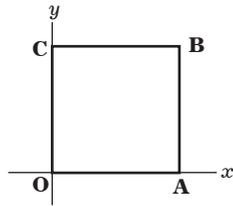
x	4	-8	ア
y	-2	1	16

式 [] ア []

実戦問題 A

これが基本『比例・反比例』を確認！

1 右の図のように、原点を O とし、1 辺の長さが 6 の正方形 $OABC$ がある。点 B の座標を求めなさい。(佐賀)



よく出る！
2 2つの変数 x, y が下の表のような値をとっている。次の問いに答えなさい。(沖縄)

x	……	1	2	3	……
y	……	ア	3	イ	……

(1) y が x に比例するとき、アにあてはまる数を求めなさい。

(2) y が x に反比例するとき、イにあてはまる数を求めなさい。

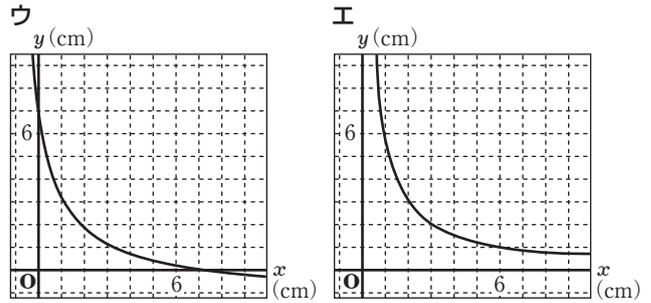
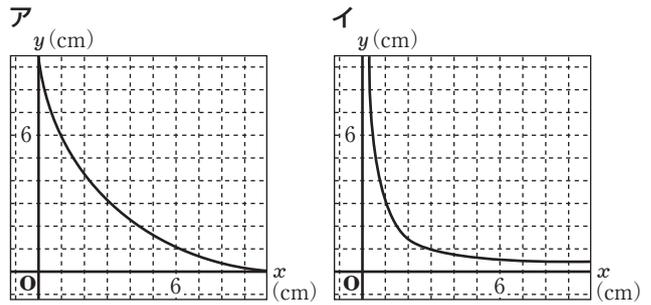
3 次の問いに答えなさい。

(1) 次のア～エの表は、それぞれ x の値に y の値が対応しているものを示したものである。 y が x に比例しているものを選び、記号で答えなさい。

(広島)

ア			イ				
x	-4	-2	2	x	-4	-2	2
y	2	4	-4	y	2	4	8
ウ			エ				
x	-4	-2	2	x	-4	-2	2
y	8	4	-4	y	16	4	4

(2) 面積が 3cm^2 である三角形の底辺 $x\text{cm}$ と高さ $y\text{cm}$ の関係を表す正しいグラフはどれか、次のア～エから 1 つ選び、記号で答えなさい。(鳥取)



よく出る！
4 次のア～エは、それぞれ y は x の関数である。このとき、次の問いに答えなさい。(沖縄)

- ア 6 ページの絵本を読んでいるとき、読んだページ数 x と残りのページ数 y
- イ 12km の距離を毎時 $x\text{km}$ の速さで進むときにかかる時間 y 時間
- ウ 半径 $x\text{cm}$ の円の面積 $y\text{cm}^2$
- エ 底辺が $x\text{cm}$ 、高さが 6cm の三角形の面積 $y\text{cm}^2$

(1) ア～エの中で、 y が x に比例するものを 1 つ選んで記号で答えなさい。

(2) ア～エの中で、 y が x に反比例するものを 1 つ選んで、 y を x の式で表すと $y = \frac{\square}{x}$ となる。

\square にあてはまる数を答えなさい。

日常生活や社会事象への 活用問題

1 【資料】は、A公園の桜の開花に関する情報の一部である。美咲さんは、【資料】を見て、A公園の桜の開花日について考えた。

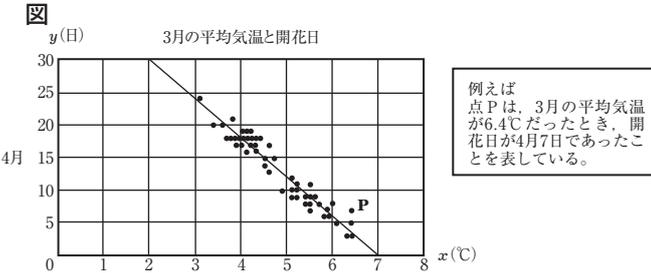
【資料】

- ① 過去50年間は、毎年4月に開花している。
- ② 3月の気温が開花日に影響を与えている。

過去50年間の開花日と3月の平均気温

年	開花日	3月の平均気温
1966	4月7日	6.4℃
1967	4月19日	4.0℃
~~~~~		
2014	4月12日	5.1℃
2015	4月5日	6.1℃

美咲さんは、【資料】に着目し、3月の平均気温と開花日の関係を確認するために、各年の3月の平均気温を $x$ ℃、開花日を4月 $y$ 日として図のように表した。美咲さんは、図をもとに今年の開花日を予想し、説明した。【美咲さんの説明】に合うように、㉞、㉟にはあてはまる言葉や数を、㊱にはあてはまる最も適切なものを下のア～エから選んで記号を、㊲には直線の式を求める過程と求めた式を書きなさい。(秋田・改)



【美咲さんの説明】

図を見ると、3月の平均気温が高いときは桜の開花日が ㉞ 傾向があるといえます。また、点の集まりがほぼ一直線上になっていることから、桜の開花日は、㉟ とみなしてよいと判断しました。図の直線は、点の集まりの中央を通るように引いたものであり、2点(2, 30)、(7, 0)を通ったことから、この直線の式を次のように求めました。

㊲

今年3月の平均気温はまだわかりません。そこで、今年2月の平均気温が0.5℃であること、例年、2月と3月の平均気温の差が3℃程度であることから、今年3月の平均気温を3.5℃と仮定しました。

この仮定と求めた式を用いて、今年の開花日を4月㊱日と予想しました。

- ア 3月の平均気温に比例する。
- イ 3月の平均気温に反比例する。
- ウ 3月の平均気温の1次関数である。
- エ 3月の平均気温の2乗に比例する。

㉞ { }      ㉟ { }

㊲

したがって、図の直線の式は、  
_____である。

㊲ { }

2 太郎さんが所属するサッカー部で、オリジナルタオルを作ることになり、かかる費用を調べたところ、A店とB店の料金は、それぞれ表1、表2のようになっていた。また、下の図は、A店でタオルを作る枚数を $x$ 枚としたときのかかる費用を $y$ 円として、 $x$ と $y$ の関係をグラフに表したものである。ただし、このグラフで、端の点をふくむ場合は●、ふくまない場合は○で示している。

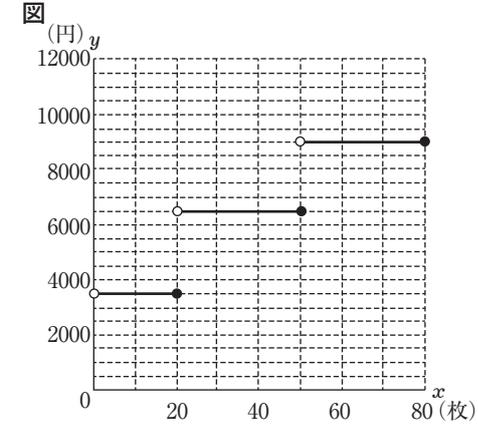
このとき、下の(1)～(3)に答えなさい。ただし、消費税は考えないものとする。(茨城)

表1 A店の料金

枚数によって、金額は次の通りです。
・20枚までは何枚でも、3500円
・21枚から50枚までは何枚でも、6500円
・51枚から80枚までは何枚でも、9000円

表2 B店の料金

注文のとき、初期費用として3000円かかり、それに加えて、タオル1枚につき100円かかります。



- (1) B店でタオルを作る枚数を $x$ 枚としたときのかかる費用を $y$ 円として、 $y$ を $x$ の式で表しなさい。  
{ }
- (2) A店、B店でそれぞれタオルを30枚作る時、かかる費用はどちらの店がいくら安いかわか求めなさい。  
{ (店が) (円安い) }
- (3) タオルを作る枚数を40枚から80枚までとしたとき、B店で作る時にかかる費用が、A店で作る時にかかる費用よりも安くなるのは、作る枚数が何枚以上何枚以下のときか求めなさい。  
{ (枚以上) (枚以下のとき) }